Domáca úloha č. 1

do 10. novembra 2026

Pokyny k úlohe

Na získanie plného počtu bodov je potrebné uviesť všetky výpočty, dostatočne ich komentovať a ilustrovať, kde je to vhodné.

Pokiaľ v zadaní chýbajú potrebné vstupné údaje, môžete si ich zmysluplne dodefinovať. Vašu voľbu v odovzdanom riešení uveďte.

Vaše riešenia posielajte ako dostatočne kontrastné a ostré (t. j. dobre čitateľnú) fotografie zlúčené do pdf súboru alebo ako natexovaný pdf súbor. V oboch dvoch prípadoch súbory odovzdávate ako link na úložisko. Na začiatku riešenia uveďte svoje meno.

Pr. A **7b** Uvažujme kuželosečku

$$\mathcal{Q} : x^2 - 6xy + 8y^2 + 6x - 16y + 7 = 0. \tag{1}$$

1. Zistite, či je kuželosečka $\mathcal{Q}$ regulárna.
2. V každom bode $M = (m, n)^\top$ kuželosečky $\mathcal{Q}$ nájdite všetky priamky (určte ich predpisy), ktoré túto kuželosečku pretínajú **iba** v tomto bode.
3. Existuje v bode M dotyčnica? Ak áno, určte ju, v opačnom prípade uveďte dôvod.

Pr. B **5b** Nájdite predpis a určte typ kuželosečky $\mathcal{Q}$, ktorá

- prechádza bodmi $M = (2, -2)^\top$, $N = (3, 0)^\top$, $P = (3, -2)^\top$,
- má dvojnásobný asymptotický smer $\mathbf{u} = (1, 1)^\top$.

Pr. C **3b** Určte parametre $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tak, aby bod $S = (4, -3)^\top$ bol stredom kuželosečky

$$\mathcal{Q} : \; x^2 + 2xy + \alpha x + \beta y - 8 = 0. \tag{2}$$

O aký druh kuželosečky sa jedná? Je stred S zároveň singulárnym bodom? Zostrojte náčrt.