Opravovanie pletív

Modelovanie kriviek a plôch (3)

Marcel Makovník

Department of Algebra and Geometry
Faculty of Mathematics, Physics and Informatics
Comenius University in Bratislava, Slovakia

Vrchol, hrana, stena

Definition

Nech $\mathcal{V} = \{V_1, ..., V_m\},\ V_i \in \mathbb{R}^3,\ i = 1, ..., m$. Potom V_i sa nazýva ***vrchol*** a $\mathcal{V}$ je ***množina vrcholov***.

Definition

Označme $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V}^{[2]}$, kde $\mathcal{V}^{[2]} = \{[P_i, P_j] \in \mathcal{V}^2 \mid P_i \neq P_j\}$ a každé $e = [V_i, V_j] \in \mathcal{E}$ spĺňa $[V_j, V_i] = e$. Potom e sa nazýva ***hrana*** a $\mathcal{E}$ sa nazýva ***množina hrán***.

Definition

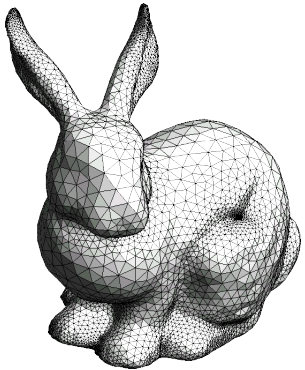
Nech $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{V}^{[n]},\ n \geq 3$, kde $\mathcal{V}^{[n]} = \{[V_{i_1}, V_{i_2}, ..., V_{i_n}] \in \mathcal{V}^n \mid V_{i_j} \neq V_{i_k}, j \neq k\}$. Množina $\mathcal{F}$ sa nazýva ***množinou stien***. Jej prvok $\mathbf{F} = [V_{i_1}, V_{i_2}, ..., V_{i_n}] \in \mathcal{F}$ nazývame ***stena*** a spĺňa podmienku, že všetky permutácie $V_{i_1}, V_{i_2}, ..., V_{i_n}$ reprezentujú tú istú stenu $\mathbf{F}$.

Pletivo

Definition

Označme $\mathcal{M} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{F}\}$. $\mathcal{M}$ nazývame ***mnohouholníkové pletivo***. Príslušné množiny vrcholov, hrán a stien sú označené $\mathcal{V}(\mathcal{M})$, $\mathcal{E}(\mathcal{M})$ a $\mathcal{F}(\mathcal{M})$.

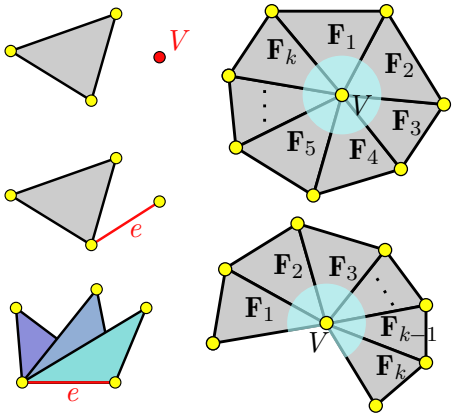
Pletivo je **2-varieta**, ak pre každý vrchol pletiva $\mathcal{M}$ vieme zostrojiť okolie, ktoré je homeomorfné s časťou euklidovskej roviny $\mathbb{E}^2$.



Pletivo

Aby sme zabezpečili, že pletivo bude 2-varieta, musia byť splnené nasledovné podmienky:

1. každý vrchol $V \in \mathcal{V}$ leží na niektorej hrane z $\mathcal{E}$
2. každá hrana $e \in \mathcal{E}$ leží na niektorej stene z $\mathcal{F}$
3. každá hrana $e \in \mathcal{E}$ patrí nanajvýš dvom stenám z $\mathcal{F}$
4. pre každú stenu $[P_i, P_j, P_k] \in \mathcal{F}$ máme $[P_i, P_j], [P_i, P_k], [P_j, P_k] \in \mathcal{E}$,
5. každý vrchol $V \in \mathcal{V}$ a všetky steny $\mathbf{F}_1, \ldots, \mathbf{F}_k \in \mathcal{F}$ incidentné s V spĺňa jednu z podmienok:
   - $\mathbf{F}_1, \ldots, \mathbf{F}_k$ tvoria jednoduchý cyklus V
   - $\mathbf{F}_1, \ldots, \mathbf{F}_k$ tvoria jednoduchú postupnosť V

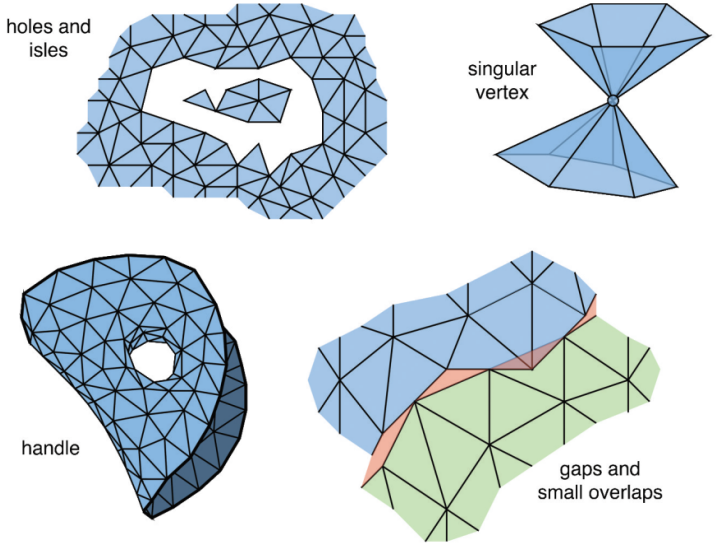


Oprava pletív

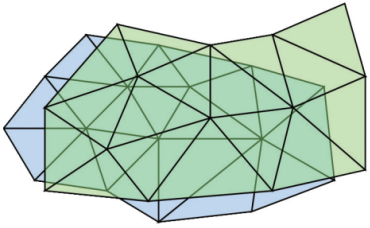
- Cieľom je odstrániť artefakty z pletiva, aby sme získali pletivo s požadovanými vlastnosťami, zvyčajne pre ďalšiu prácu s ním

- Rozoznávame dve skupiny opravovacích algoritmov:
  - **Založené na práci s plochou** – zasahujeme priamo do pletiva a jeho prvkov (t. j. manipulujeme s vrcholmi, hranami a stenami)
  - **Založené na volumetrizácii** – zo vstupného (znehodnoteného) pletiva zostrojíme volumetrický model (napr. využijeme mriežky/octree/k-d stromy) a z neho následne vygenerujeme pletivo, ktoré je topologicky korektné.

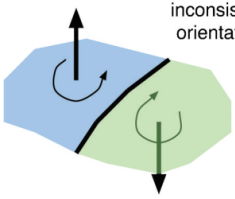
Freak show

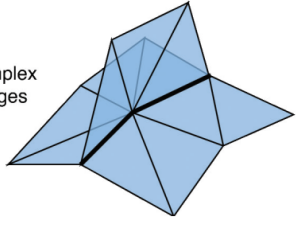

holes and
isles
singular
vertex
handle
gaps and
small overlaps

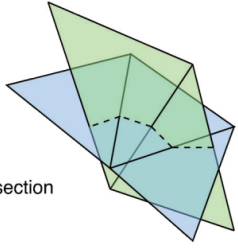
Freak show



large scale overlap







Konzistentná orientácia normálových vektorov

- Orientáciu steny môžeme ľahko získať z poradia jej vrcholov – toto nemusí byť konzistentné
- Najjednoduchší spôsob, ako získať konzistentnú orientáciu je cez postupné overovanie orientácie susedných stien

- Netreba zabúdať, že konzistentnú orientáciu vieme zabezpečiť len pre **orientovateľné plochy**!

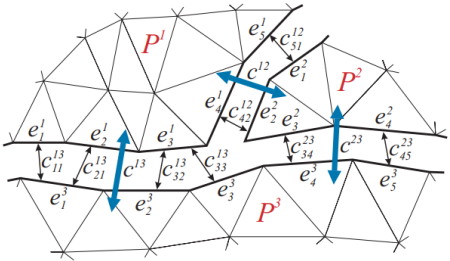
Konzistentná orientácia normálových vektorov

- Problémom je keď na vstupe nemáme ”pekné” mnohouholníkové pletivo, ale mnohouholníkovú polievku.



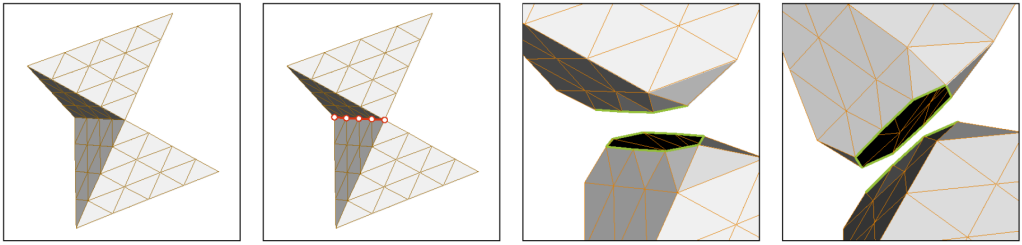
Konzistentná orientácia normálových vektorov

- Polievku rozdelíme na záplaty (z ktorých každý bude varieta).
- Následne každú záplatu konzistentne orientujeme.
- Určíme koeficienty koherentnosti medzi záplatami.
- Následne viditeľnosť celej plochy sa určí tak, že ich privrátené strany sú viditeľné z čo najväčšieho množstva bodov pohľadu.



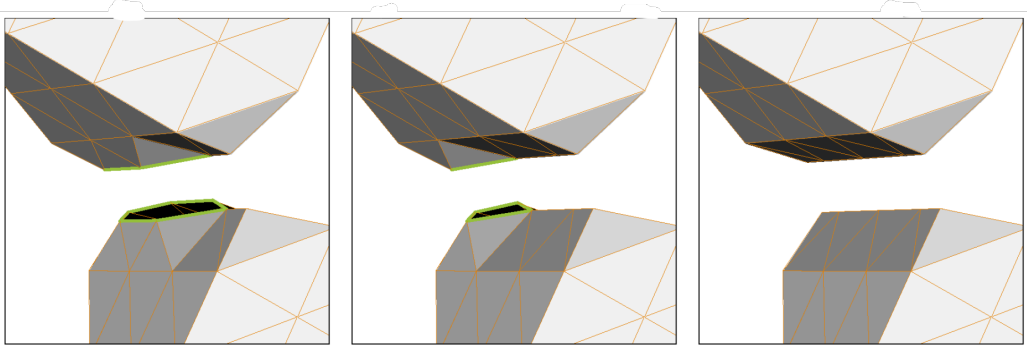
Odstránenie singulárnych vrcholov a komplexných hrán

- Ak identifikujeme ”reťaz” singulárnych vrcholov (hrán), pletivo môžeme ”rozrezať” na dva komponenty.



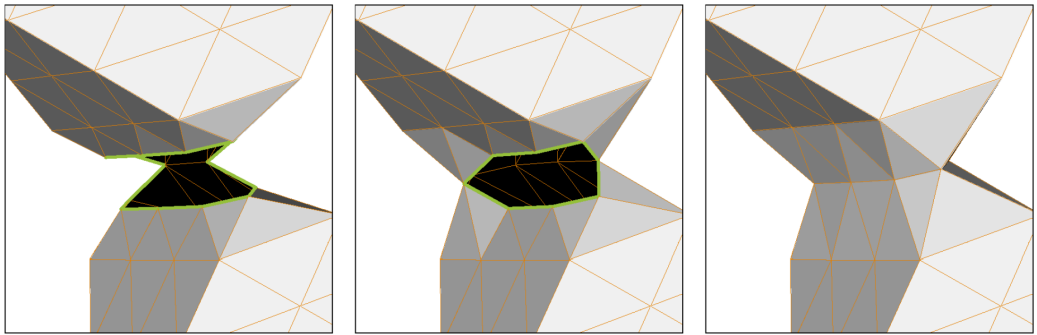
Odstránenie singulárnych vrcholov a komplexných hrán

- Následne môžeme vzniknuté hranice buď zošiť,...



Odstránenie singulárnych vrcholov a komplexných hrán

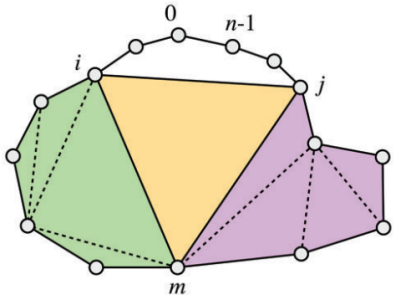
- ...alebo ich spojiť



Plátanie dier

- Cieľom je zostrojiť trojuholníkové pletivo s predpísanou hranicou (mnohouholníkom) $P_0, ..., P_{n-1}$, ktorý zapadne do diery v pletive.
- Táto záplata by mala byť optimalizovaná vzhľadom na nejakú funkciu kvality triangulácie.
- Nech $\phi(i, j, k)$ je funkcia kvality, ktorá je definovaná na množine všetkých trojuholník $P_iP_jP_k$, ktoré môžu byť vygenerované počas konštrukcie triangulácie.
- Nech w_{ij} je hodnota optimálnej kvality pre trianguláciu podmnohouholníka $P_i, ..., P_j$, $0 \leq i < j < n$. Potom

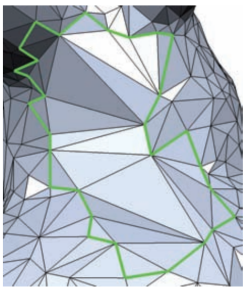
$$w_{ij} = \min_{i<m<j} w_{im} + w_{mj} + \phi(i, m, j).$$



Plátanie dier

- Triangulácia, ktorá minimalizuje skóre kvality je $w_{0,n-1}$.
- Funkciu kvality môžeme definovať ako dvojicu $\phi(i,j,k) = (\alpha, A)$, kde α je maximálny dihedrálny uhol pre susedov trojuholníka $P_iP_jP_k$ a A je jeho obsah.
- Porovnanie dvoch hodnôt ϕ potom dostaneme na základe vzťahu





$$(\alpha_1, A_1) < (\alpha_2, A_2) \quad \Leftrightarrow \quad (\alpha_1 < \alpha_1) \quad \vee \quad (\alpha_1 = \alpha_2 \quad \wedge \quad A_1 < A_2)$$

Plátanie dier

- Ako dodatočný krok môžeme záplatu zjemniť tak, aby dĺžky jej hrán aproximovali dĺžky hrán v okolí diery a následne novopridaný vrcholy upraviť tak aby rešpektovali lokálnu geometriu:

